

**CAN 305**

**Analyse d'erreurs**

**Andrzej Lasia**

2016

# Introduction

## Chiffres significatifs

On fait tous les calculs avec une grande précision et on arrondit à la fin.

### *Arrondissements*

37.56 → 37.6

37.54 → 37.5

37.65 → ?

37.65 → 37.6

**Un chiffre pair le plus proche**

37.35 → 37.4

23.4            3 chiffres significatifs

12.40          4 chiffres significatifs

0.002          1 chiffre significatif

0.0027        2 chiffres significatifs

0.00270       3 chiffres significatifs

240

??

$2.4 \times 10^2$  2 chiffres significatifs

$2.40 \times 10^2$  3 chiffres significatifs

*Multiplication/division*

$7.643 \times 15.3 = 116.9379$       4 chiffres significatifs  $\times$  3 chiffres significatifs = 3 chiffres significatifs

= 117

$7.8933 \times 15 = 118.3995$       2 chiffres significatifs      =  $1.2 \times 10^2$

$68.233^2 = 4655.7423$       5 chiffres significatifs      = 4655.7

*Addition/soustraction* le moins précis

$386.0 + 67.241 = 453.241 \approx 453.2$

386

67.241

1.32

+ 64.5

---

519.061  $\approx$  519

## 2. Mesures d'erreurs

La statistique a pour objet de permettre de tirer des conclusions à partir de données observées. Les données expérimentales possèdent toujours des erreurs. Il y a deux mesures d'erreurs principales :

1) l'**exactitude ou justesse**: différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie:

a) une **erreur absolue**:  $x_i - x_{\text{vrai}}$

b) une **erreur relative**:  $(x_i - x_{\text{vrai}})/x_{\text{vrai}}$

2) la **précision**: caractérise la reproductibilité des résultats, si on répète la même mesure plusieurs fois de la même façon, ( reliée a la distribution aléatoire de l'erreur). La précision est caractérisée par :

a) l'**écart type** (la *déviatiion standard*),  $s$

b) la **variance**  $s^2$

# Types d'erreurs

**I) systématiques (déterminables)**, elles possèdent une cause déterminable, tendent à être reproductibles d'une mesure à une autre et elles peuvent être corrigées. Il y a plusieurs sources :

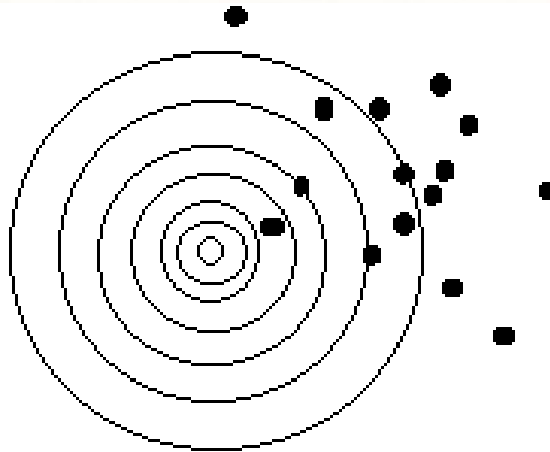
I.1) *erreurs d'instrumentation*, p. ex. une vieille pile, une grande résistance des contacts électriques, etc.

I.2) *erreurs de la méthode*: causées par un comportement non idéal des réactifs, p. ex. une réaction chimique trop lente, il y a une contamination, il y a une décomposition des réactifs, il y a des interférences chimiques.

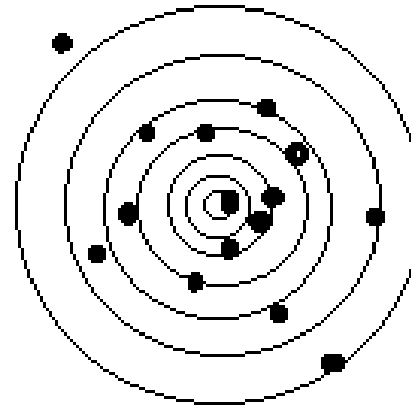
I.3) *erreurs d'expérimentateur*, p. ex. une erreur d'échelle, pas de réglage de zéro au début d'expérience, etc.

**II. aléatoires (non déterminables)**, indéterminables, positives ou négatives causées par des fluctuations aléatoires, le **bruit aléatoire**, etc. Il n'y a pas d'une cause qui est responsable de ces erreurs.

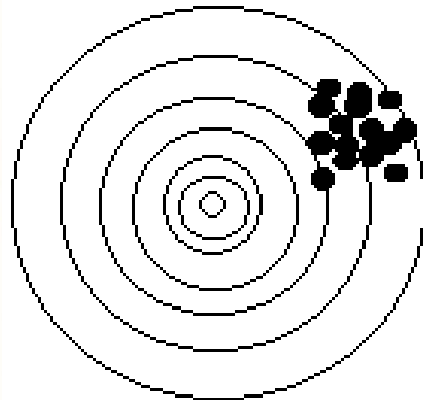
# Precision et exactitude



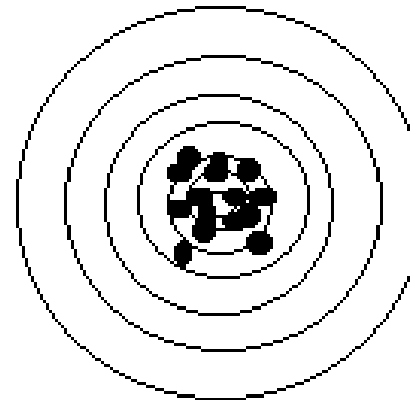
**Low Accuracy  
Low Precision**



**High Accuracy  
Low Precision**



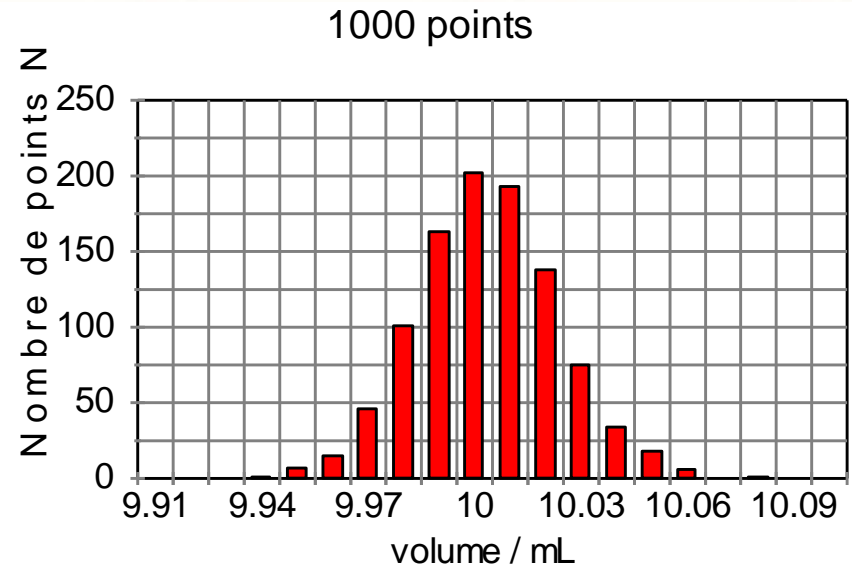
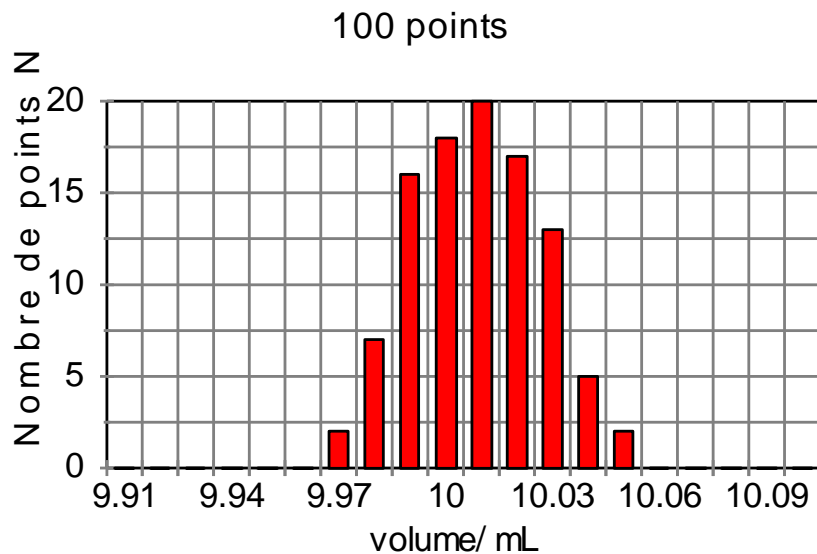
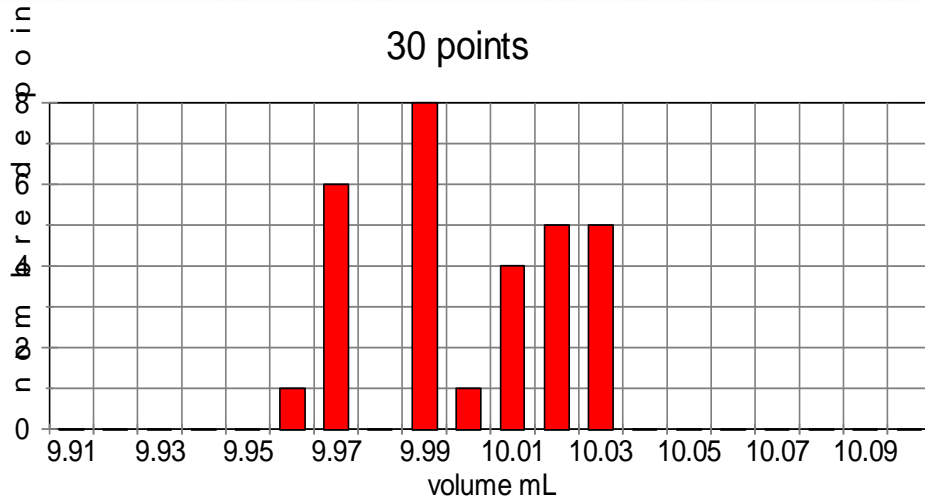
**Low Accuracy  
High Precision**



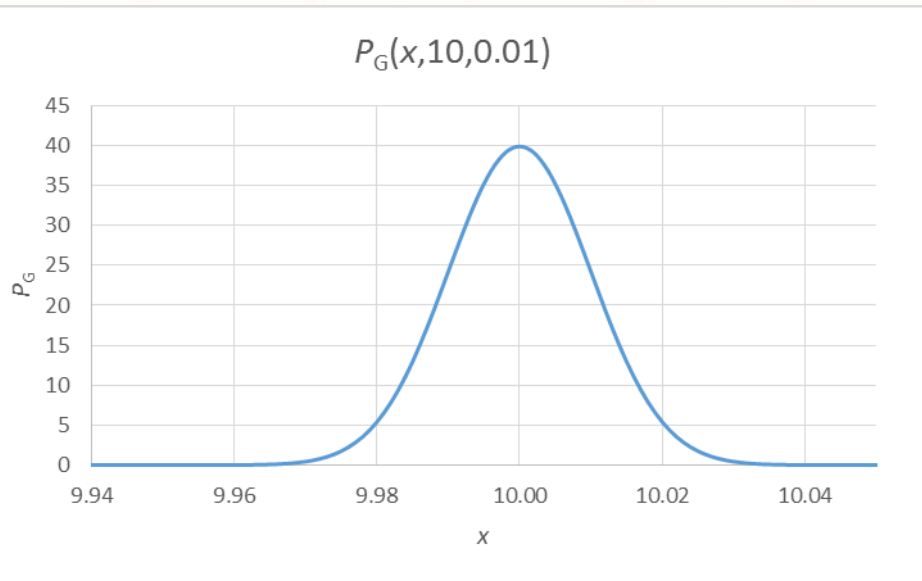
**High Accuracy  
High Precision**

## Courbe de Gauss

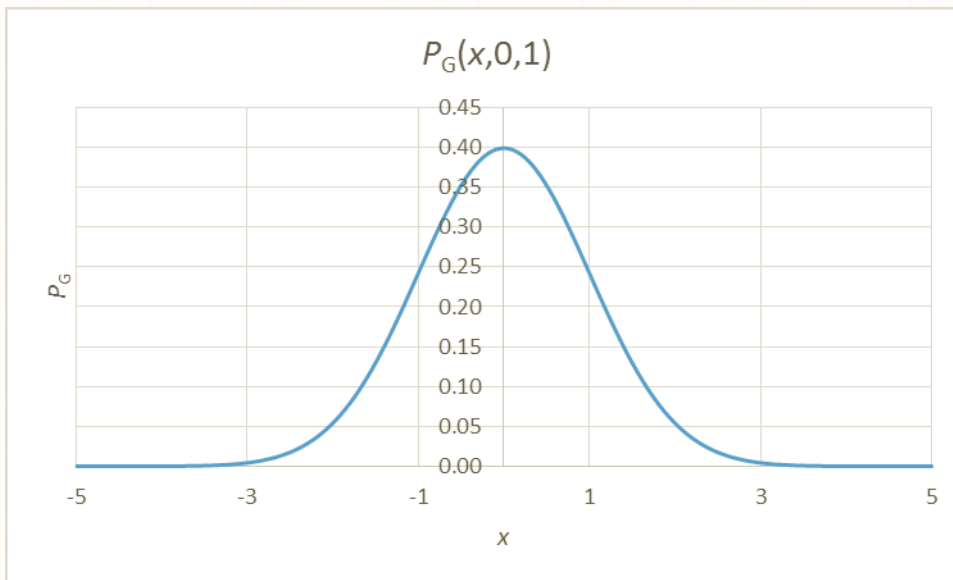
Quand on répète une mesure plusieurs fois on peut tracer la fréquence avec laquelle chaque valeur est obtenue en fonction de la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie.



Quand le nombre de mesures  $\rightarrow \infty$ , cette courbe approche la ***courbe de Gauss***.



Distribution des valeurs de volume d'une pipette de 10 mL e nombre des mesures  $N \rightarrow \infty$ , avec  $\sigma = 0.01$ .



Distribution normalisée

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_G(x, \mu, \sigma) dx = 1$$



La densité de probabilité,  $P$ , est la probabilité qu'une valeur mesurée se trouve entre  $x_i$  et  $x_i + dx$ :  $y = P(x_i, x_i + dx)$ .  $z = (x - \mu) / \sigma$

$\mu$  - la valeur vraie,  $\sigma$  - l'écart-type

$$P_G(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

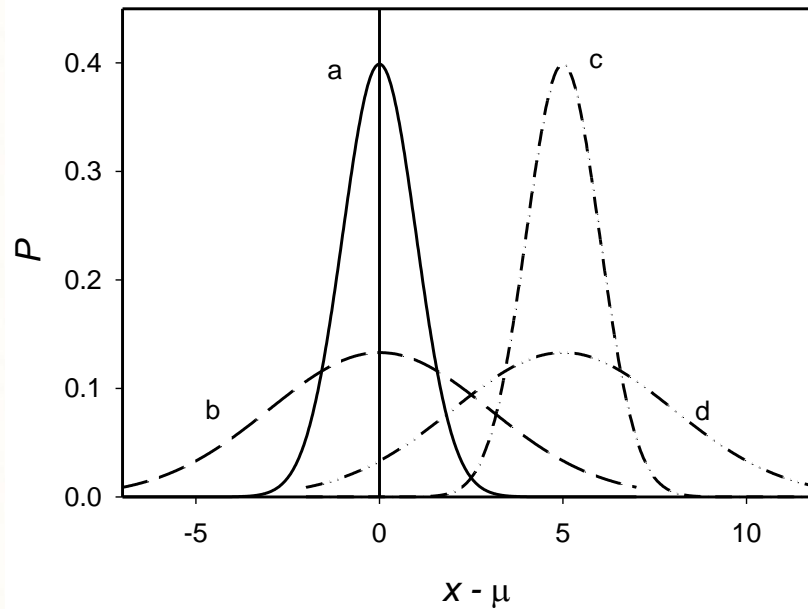
$$P_G(z, 0, 1) = \frac{e^{-z^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad z = \frac{(x_i - \mu)}{\sigma}$$

normalisée :  
 $\mu = 0, \sigma = 1$

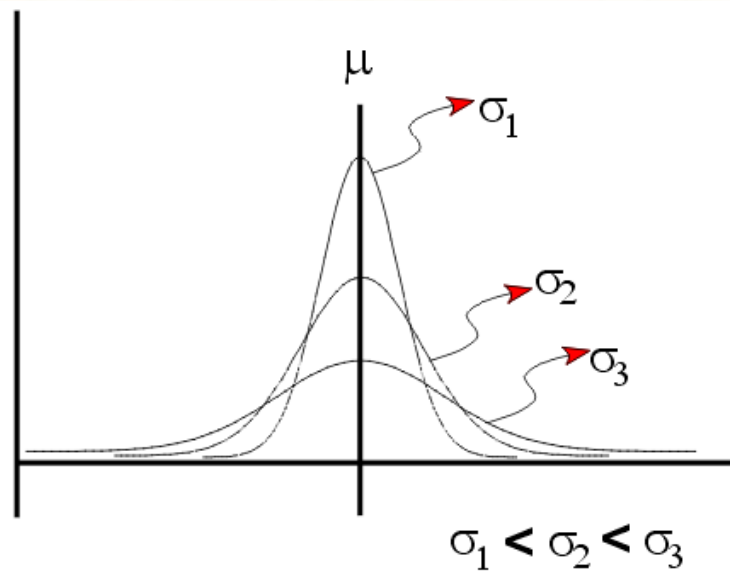
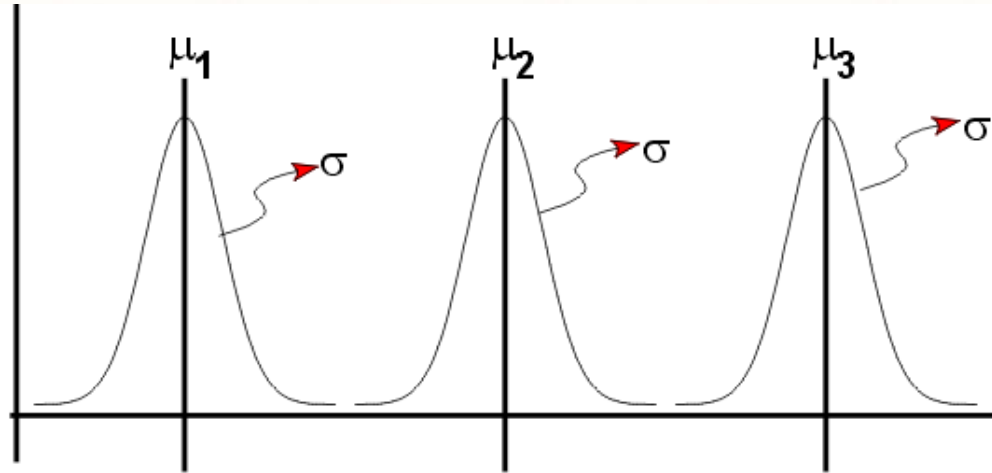
$$\mu \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Le *coefficient de variation* (l'*écart type relative*) :

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} 100\% \approx \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\%$$



Courbes gaussiennes: a) bonne précision et exactitude, b) mauvaise précision et bonne exactitude, c) bonne précision et mauvaise exactitude, d) mauvaise précision et exactitude.



**Dans l'Excel :**

$$P_G(x, \mu, \sigma) = \text{LOI.NORMALE.N}(x, \mu, \sigma, \text{FAUX}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

Pour une distribution normale  $P(x, \mu, \sigma)$  :

68.3% de la population se trouve dans les limites  $\pm 1\sigma$  autour de la moyenne,

95.5% de la population se trouve dans les limites  $\pm 2\sigma$

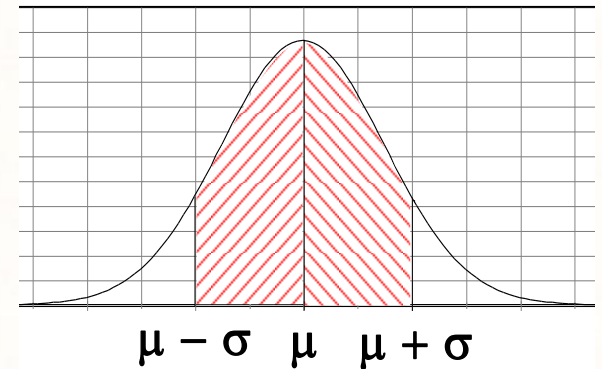
99.7% dans les limites  $\pm 3\sigma$  autour de la moyenne.

L'aire de surface sous la courbe gaussienne:

$$\bar{x} \pm \sigma \quad 68.3\%$$

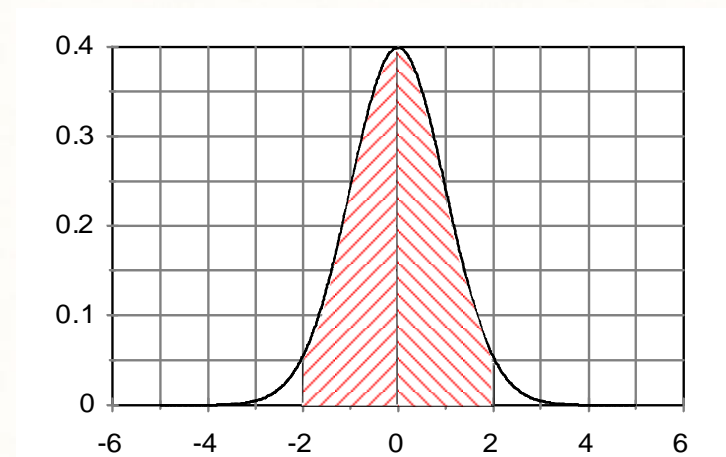
$$\bar{x} \pm 2\sigma \quad 95.5\%$$

$$\bar{x} \pm 3\sigma \quad 99.7\%$$



il y a **95.5 chances sur 100** que la valeur vraie se trouve dans la zone  $\bar{x} \pm 2\sigma$ .

$$\bar{x} \pm 1.96\sigma \quad 95\%$$



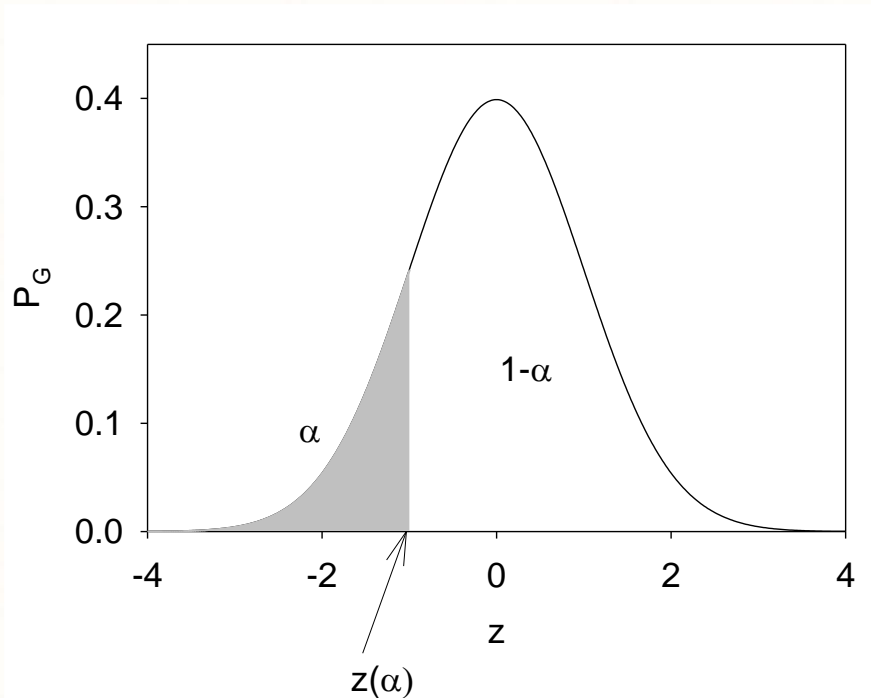
Méthode d'Excel

LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE.N( $\alpha$ ) =  $z(\alpha)$

$$\int_{-\infty}^z P_G(z, 0, 1) dz = \alpha$$

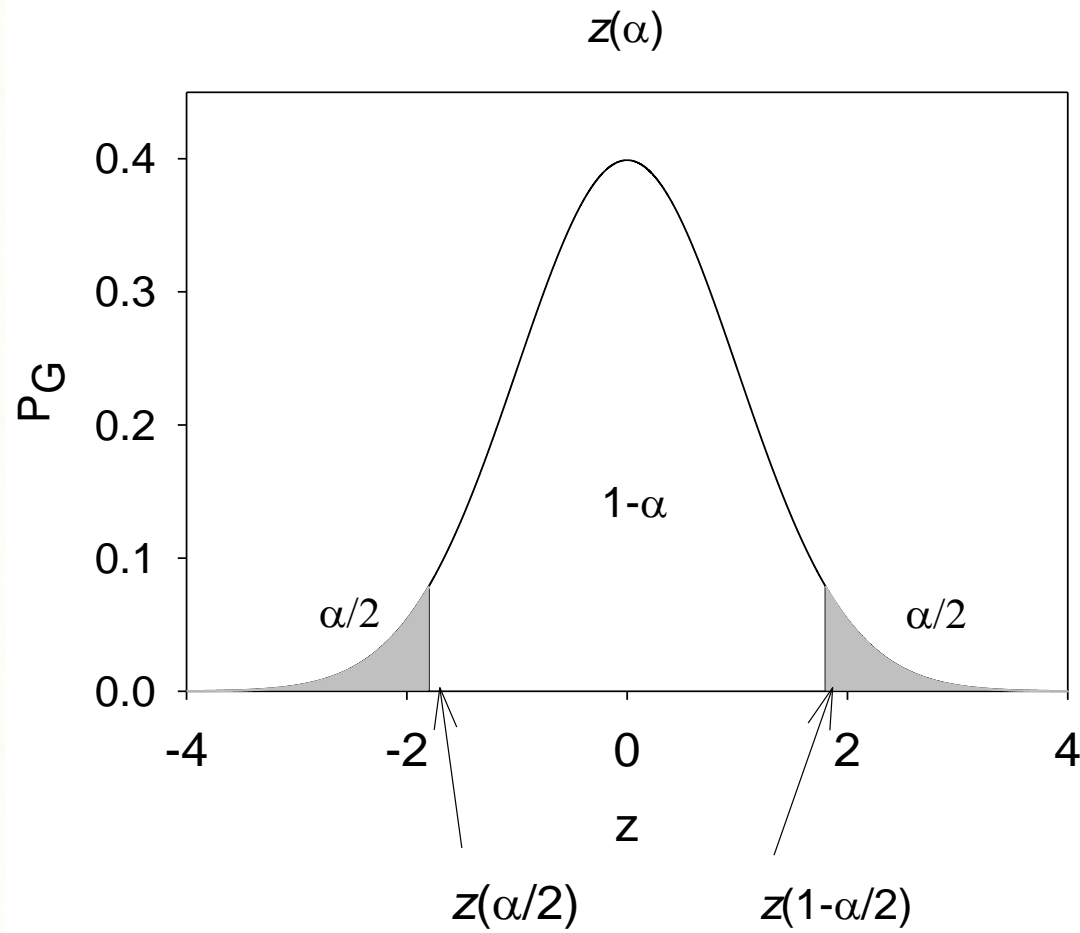
LOI.NORMALE.INVERSE.N( $\alpha, \mu, \sigma$ ) =  $x(\alpha)$

$$\int_{-\infty}^x P_G(x, \mu, \sigma) dz = \alpha$$



LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE(0.2) = -0.841      $x = \mu + z\sigma = 65 - 0.841 * 15 = 52.4$

LOI.NORMALE.INVERSE( $\alpha, \mu, \sigma$ ) = LOI.NORMALE.INVERSE(0.2, 65, 15) = 52.4

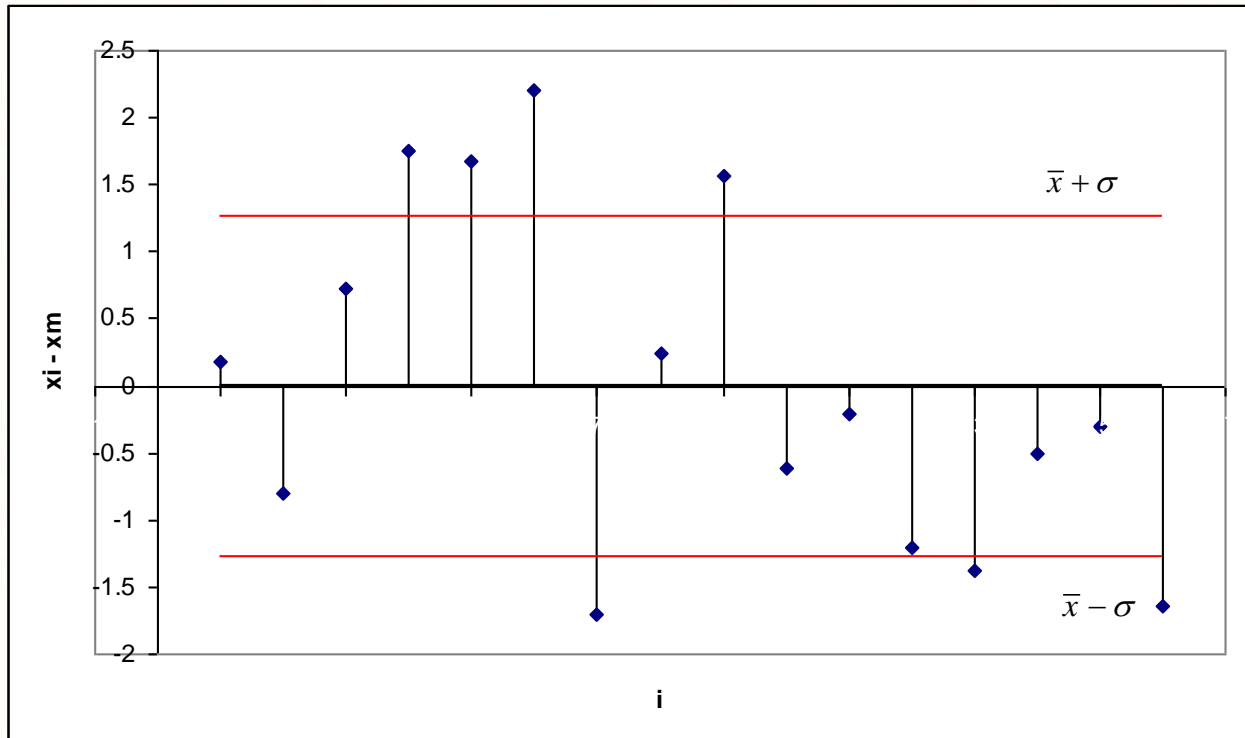


Excel :

$$z(\alpha) = \text{LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE.N} (1-\alpha/2)$$

p. ex.  $z(0.05) = \text{LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE.N}(0.975) = 1.9599$

# La propriété de la moyenne



$$\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}$$



# L'écart type de la moyenne de la population

Si nombre de mesures  $\geq 30$  :

la moyenne sera égale à la **moyenne de la population** et son écart type s'appellera l'**écart type de la moyenne**.

$$\sigma_{\bar{x}} < \sigma$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

# L'écart type d'une petite série des données (l'échantillon)

En général  $\bar{x} \neq \mu$  mais  $\bar{x} \rightarrow \mu$  quand  $N \rightarrow \infty$ .

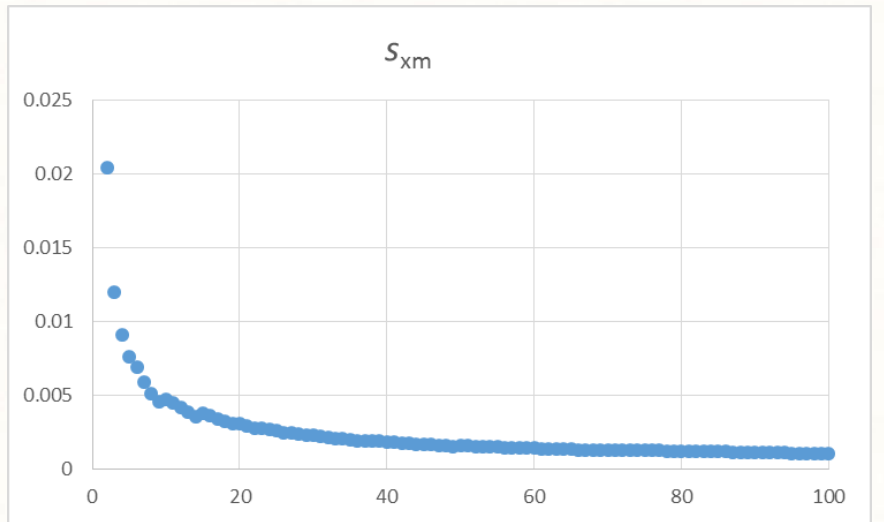
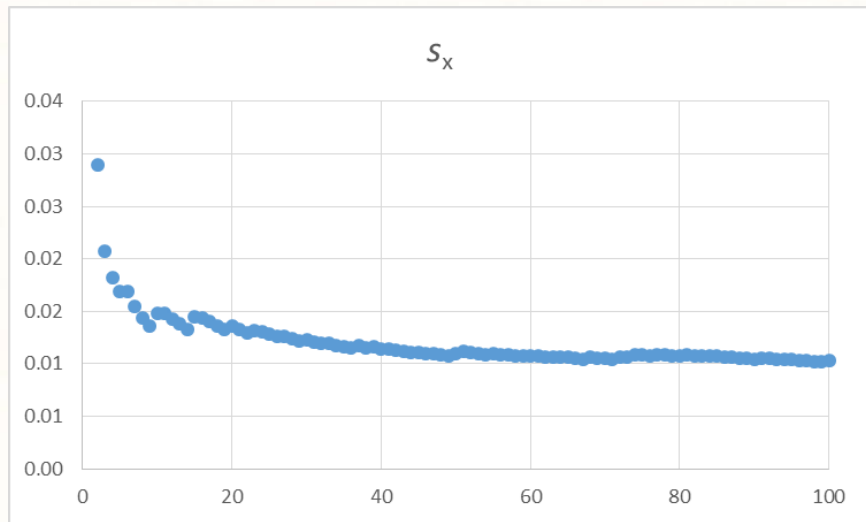
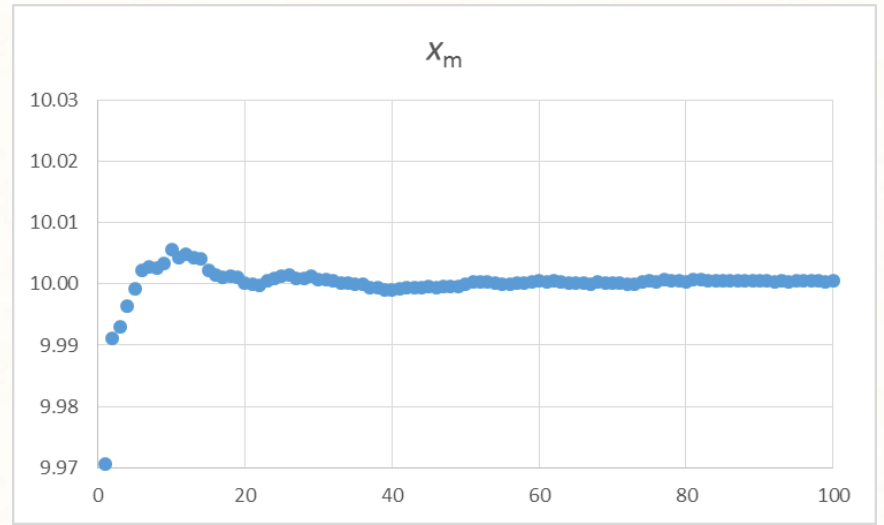
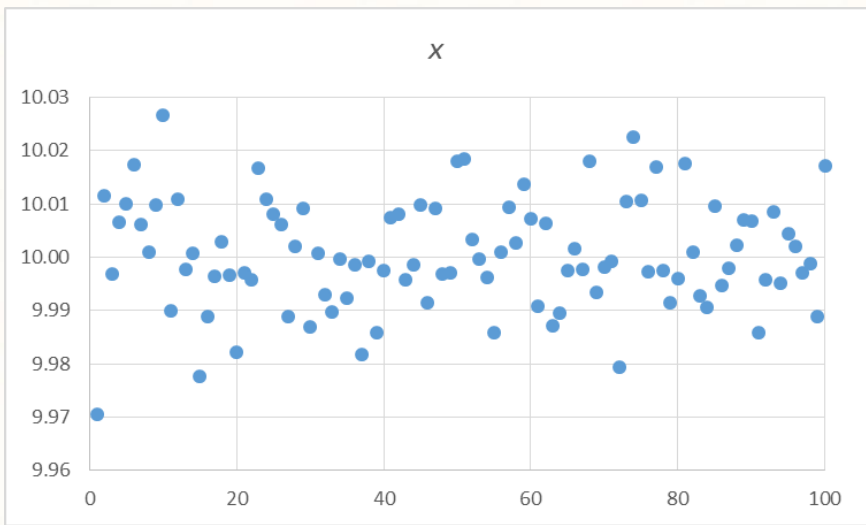
Quand  $N < 30$  on **ne peut pas déterminer** de  $\sigma$ . On peut déterminer la *déviat*ion standard d'une petite série des données,  $s$ :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

$s > \sigma$ .

$N - 1$  nombre de degrés de liberté :  $N$  – nombre des points -1 nombre d'équations : une équation a été utilisée pour la détermination de la moyenne



# Intervalle (limite) de confiance

On peut déterminer avec certaine probabilité  $1-\alpha$  que la valeur moyenne se trouve entre valeurs limites:

$$a \geq \bar{x} \geq b.$$

Cet intervalle s'appelle l'*intervalle* (ou limite) *de confiance*.

## Intervalles de confiance quand $\sigma$ est connue

$N \geq 30$  mesures,  $s \rightarrow \sigma$ , n utilise la **distribution normale** (de Gauss).

$$IC(\mu) = \bar{x} \pm z(\alpha) \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \bar{x} \pm z(\alpha) \sigma_{\bar{x}} \quad (\text{pour } N \text{ mesures})$$

$\alpha$  est un *niveau* (ou *degré*) *de confiance*.

L'aire sous la courbe de Gauss entre  $-z$  et  $z$  est  $(1-\alpha)\%$  de l'aire totale.

P. ex. la degré de confiance de 95% ( $\alpha = 0.05$ ) signifie qu'il y a une probabilité de 95% que la valeur vraie se trouve dans une intervalle :  $\bar{x} \pm z\sigma_{\bar{x}}$ .

$$z(0.05) = 1.96$$

## Intervalle de confiance quand $\sigma$ est inconnue

Intervalle de confiance quand  $\sigma$  est inconnue

Quand  $\sigma$  est inconnue on doit utiliser  $s$  et au lieu de la distribution de Gauss on doit utiliser la **distribution de Student**. Elle donne des intervalles de confiance plus grandes.

Quand  $N \rightarrow \infty$ , la distribution de Student devient la distribution gaussienne. On calcule les intervalles de confiance en utilisant une formule suivante:

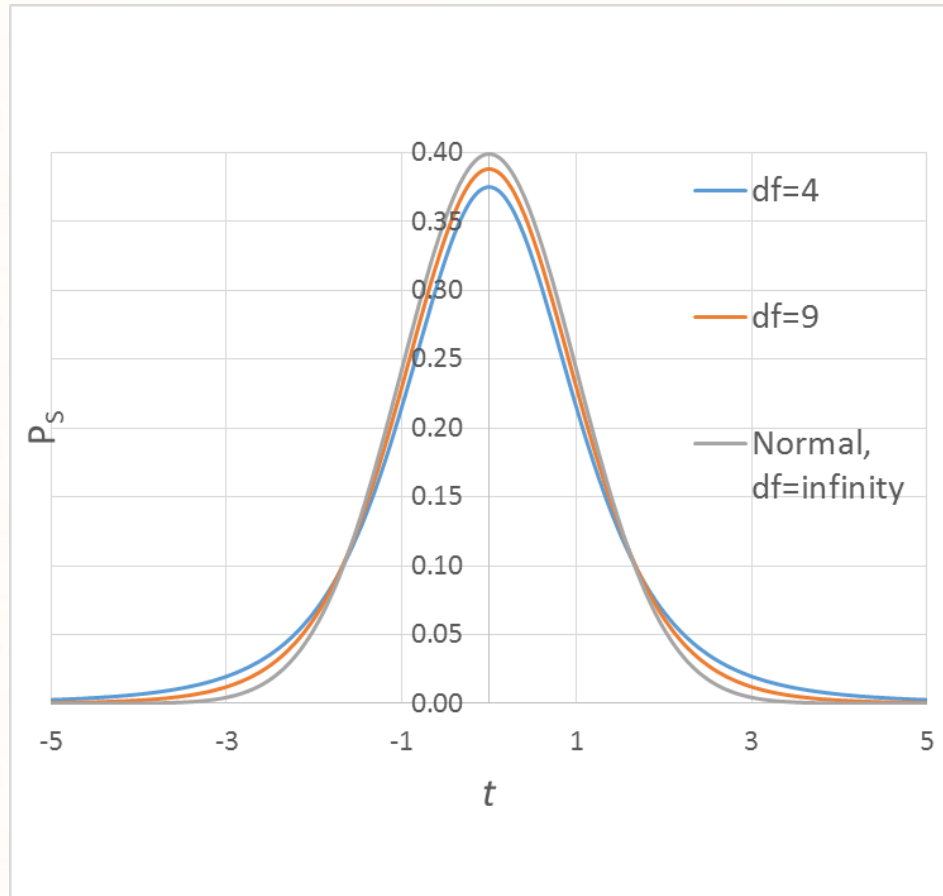
$$IC(\mu) = \bar{x} \pm t(\alpha, k) \frac{s}{\sqrt{N}} = \bar{x} \pm t(\alpha, k) s_{\bar{x}} \quad (11)$$

où  $k$  est le nombre de degrés de liberté,  $k = N - 1$ .

*Remarque* : Les valeurs de  $t$  peuvent être trouvées en utilisant une fonction d'Excel :

$t(\alpha, k) = \text{LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE}(\alpha, k)$ ,

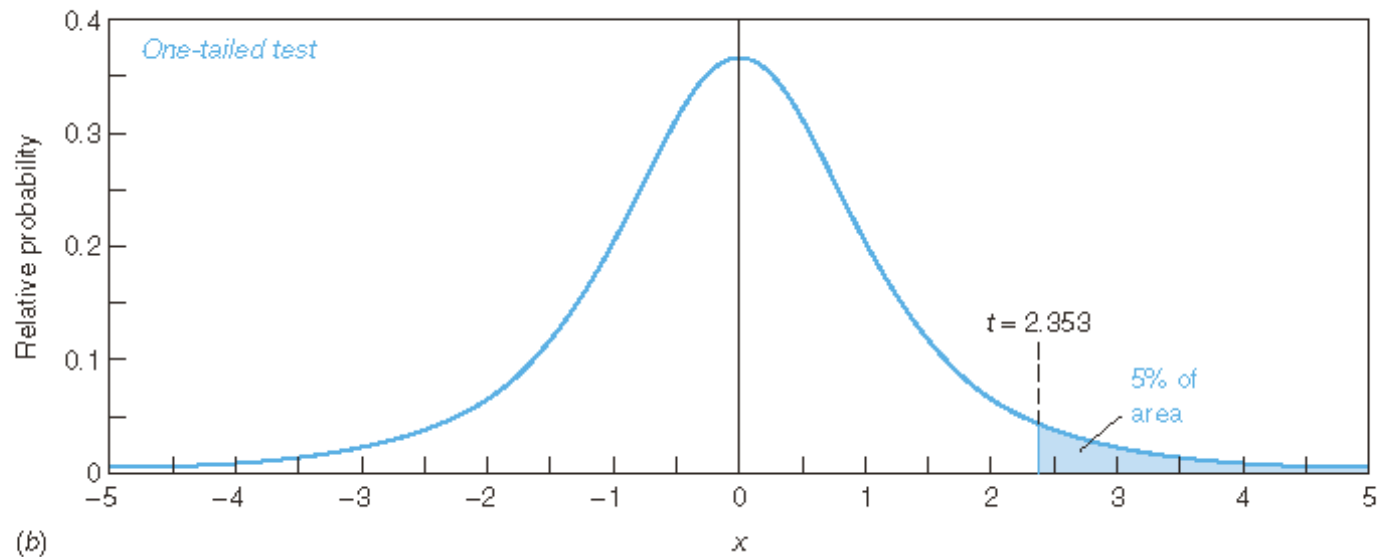
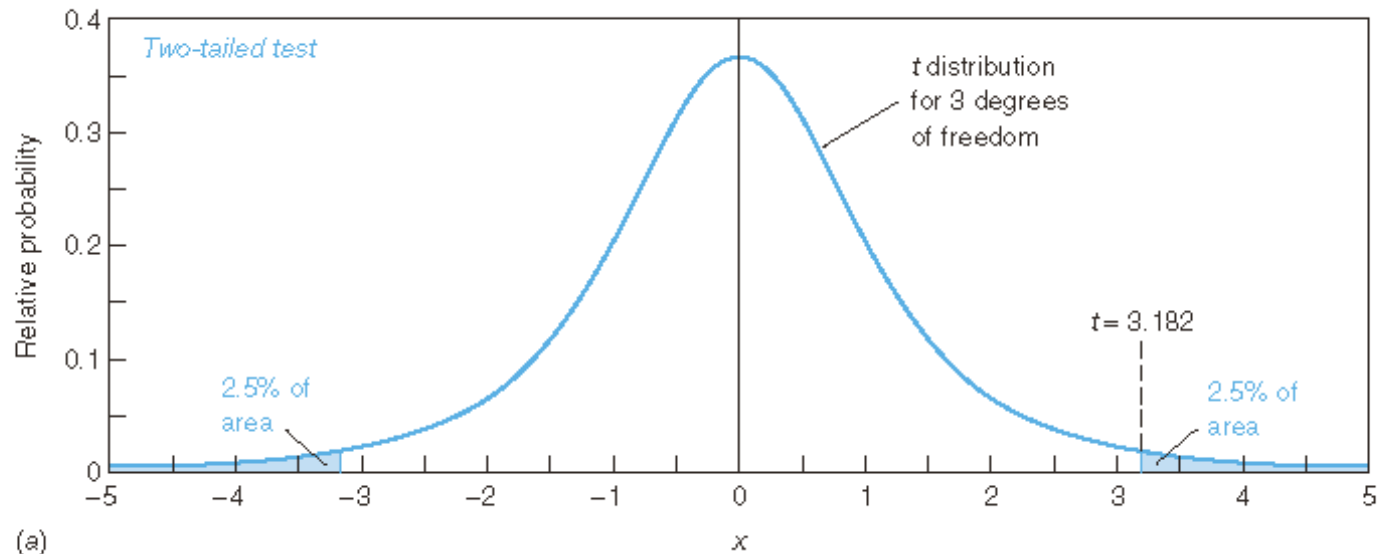
p. ex.  $\text{LOI.STUDENT.INVERSE.BILATERALE}(0.05, 5) = 2.5706$ .



La distribution de Student, pour  $k = \infty$  elle devient la distribution normale de Gauss.

La valeur moyenne, l'écart type, l'écart type de la valeur moyenne, des intervalles de confiance, etc. peuvent être calculées en utilisant : Statistiques descriptives dans Outils, Outils d'analyse.

# Distribution de Student: bilatérale et unilatérale



## Exemple

Une série des mesures de la concentration du fer en solution par l'absorption atomique donne les résultats suivants : 3.2, 2.9, 3.0, 3.3, 3.1 ppm. Calculez la moyenne, l'écart type, l'écart type de la moyenne et les intervalles de confiance pour le niveau de confiance de 95% et 99%.

Excel : « Statistiques descriptives » dans l'Utilitaire d'analyse on trouve :

Pour le niveau de confiance de 95%

*Colonne1*

|  |                    |                            |                               |
|--|--------------------|----------------------------|-------------------------------|
| Moyenne                                | <b>3.10</b>        | $\bar{x}$                  |                               |
| Erreur-type                            | <b>0.070710678</b> | $s_{\bar{x}}$              | Écart-type de la moyenne 0.07 |
| Médiane                                | 3.1                |                            |                               |
| Mode                                   | #N/A               |                            |                               |
| Écart-type                             | <b>0.158113883</b> | $s_x$                      | Écart-type 0.16               |
| Variance de l'échantillon              | 0.025              |                            |                               |
| Kurtosis (Coefficient d'aplatissement) | -1.2               |                            |                               |
| Coefficient d'assymétrie               | 8.69675E-15        |                            |                               |
| Plage                                  | 0.4                |                            |                               |
| Minimum                                | 2.9                |                            |                               |
| Maximum                                | 3.3                |                            |                               |
| Somme                                  | 15.5               |                            |                               |
| Nombre d'échantillons                  | 5                  |                            |                               |
| Niveau de confiance(95.0%)             | <b>0.20324723</b>  | $t(\alpha, k) s_{\bar{x}}$ | IC de la moyenne 0.20         |



Résultats :

$$\bar{x} = 3.10, s_x = 0.16, s_{\bar{x}} = 0.07$$

$$\text{IC} : 3.10 - 0.20 = 2.90 \leq \bar{x} \leq 3.10 + 0.20 = 3.30$$

Il y a 5 chances sur 100 que la moyenne est à l'extérieur de ces intervalles.

# Test $G$ de Grubbs

## Recommandé par ISO

$$G_{\text{exp}} = \frac{|x_{\text{supçonné}} - \bar{x}|}{s}$$

$G$  critical est calculé comme:

$$G(\alpha, N) = \frac{N-1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{t^2 [(\alpha/N), N-2]''}{N-2 + t^2 [(\alpha/N), N-2]''}}$$

Les valeurs de  $t$  sont calculées en Excel : T.INV.2T ( $\alpha/N, N-2$ ) (test bilateral)

# Table des valeurs critiques de $G(\alpha, N)$ bilatérales

| $\alpha =$ | 0.1    | 0.05   | 0.01   |
|------------|--------|--------|--------|
| $N$        |        |        |        |
| 3          | 1.1531 | 1.1543 | 1.1547 |
| 4          | 1.4625 | 1.4813 | 1.4963 |
| 5          | 1.6714 | 1.7150 | 1.7637 |
| 6          | 1.8221 | 1.8871 | 1.9728 |
| 7          | 1.9381 | 2.0200 | 2.1391 |
| 8          | 2.0317 | 2.1266 | 2.2744 |
| 9          | 2.1096 | 2.2150 | 2.3868 |
| 10         | 2.1761 | 2.2900 | 2.4821 |
| 12         | 2.2850 | 2.4116 | 2.6357 |
| 14         | 2.3717 | 2.5073 | 2.7554 |
| 16         | 2.4433 | 2.5857 | 2.8521 |
| 20         | 2.5566 | 2.7082 | 3.0008 |
| 30         | 2.7451 | 2.9085 | 3.2361 |
| 40         | 2.8675 | 3.0361 | 3.3807 |
| 50         | 2.9570 | 3.1282 | 3.4825 |

## Example

$x$ : 12.47, 12.48, 12.53, 12.56

$$\bar{x} = 12.542, s = 0.0804$$

$$G_{\text{exp}} = \frac{|x_{\text{supçonné}} - \bar{x}|}{s} = \frac{12.67 - 12.542}{0.0804} = 1.591$$

$$G(\alpha, N)_{\text{exp}} = 1.591 < G(0.05, 5) = 1.7637$$

$G_{\text{exp}} < G_{\text{theor}}$  on garde ce point

# La méthode des moindres carrés pour une ligne droite

En chimie ou physique on observe souvent des **relations linéaires** ou celles qui peuvent être linéarisées; p. ex. la relation entre l'absorbance et la concentration,  $\ln k$  et temps (pour la cinétique de premier ordre), etc.

Observations :

$x_1$   $y_1$

$x_2$   $y_2$

$x_3$   $y_3$

• •

• •

$x_N$   $y_N$

Seulement les valeurs mesurées  $y_i$  sont déterminées avec certaine erreur, les **valeurs  $x_i$  sont connues avec une grande précision.**

$$y = b_0 + b_1x \quad (20)$$

mais, pour chaque point on doit écrire une équation :

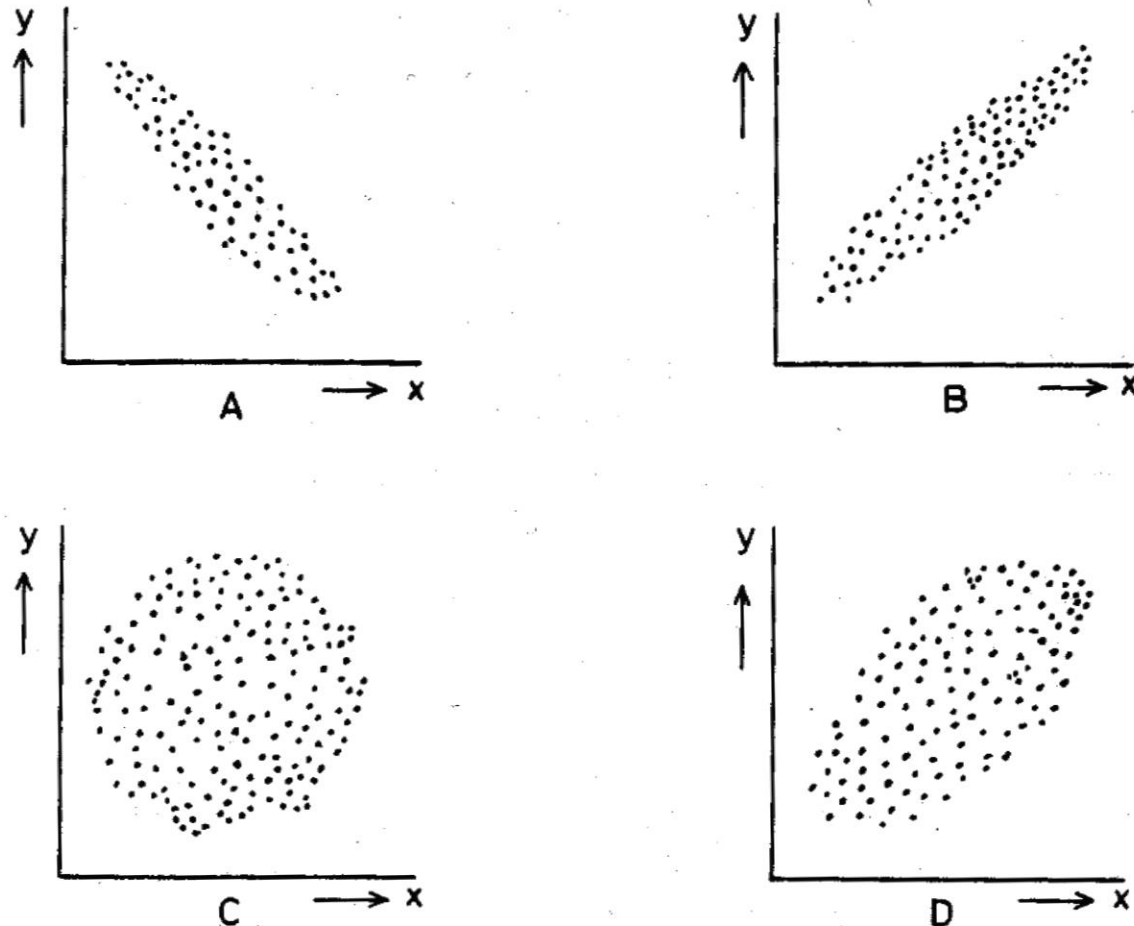
$$y_i = b_0 + b_1x_i + \varepsilon_i \quad (21)$$

où  $\varepsilon_i$  est **un écart entre la valeur expérimentale  $y_i$  et la valeur calculée** en utilisant une équation linéaire. Il faut trouver un **minimum** de la fonction  $S^2$ :

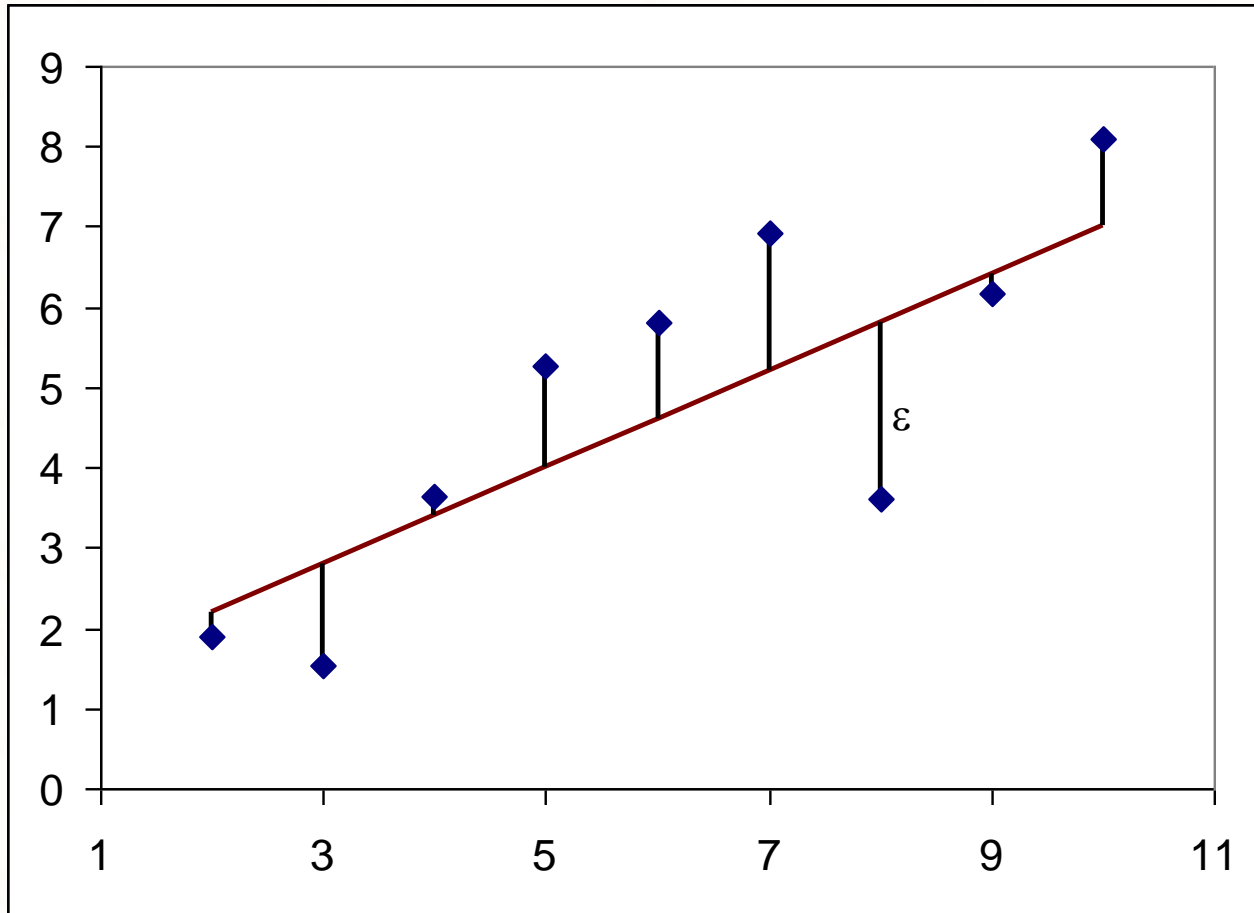
$$S^2 = \sum_i^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1x_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \quad (22)$$

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1x_i$$

## Corrélation des données



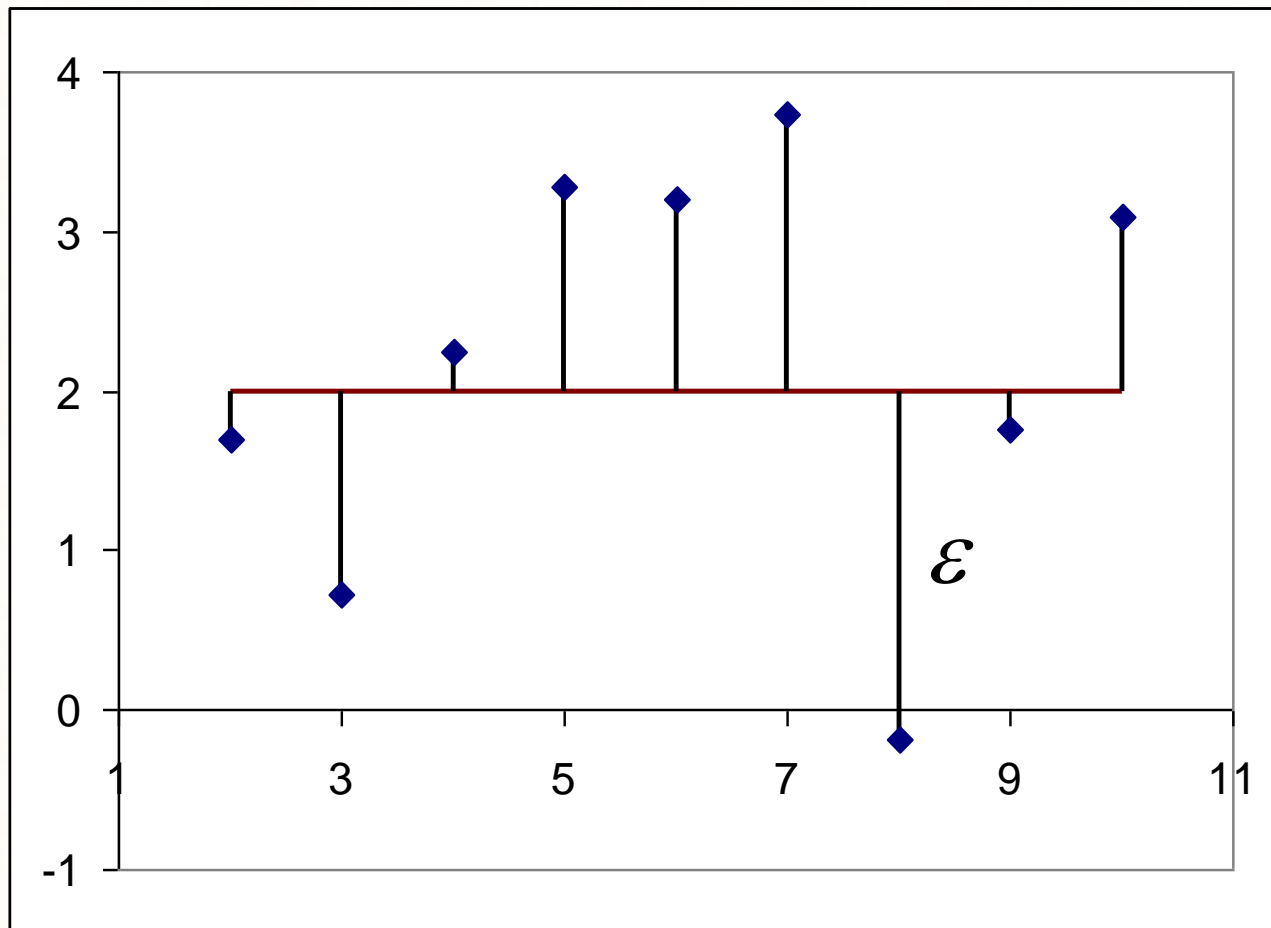
**Figure 4.23.** Correlation between  $x$  and  $y$  values. (a) Negative correlation with low spread; (b) positive correlation with low spread; (c) no significant correlation; (d) positive correlation with high spread (low significance).



$$S^2 = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min$$

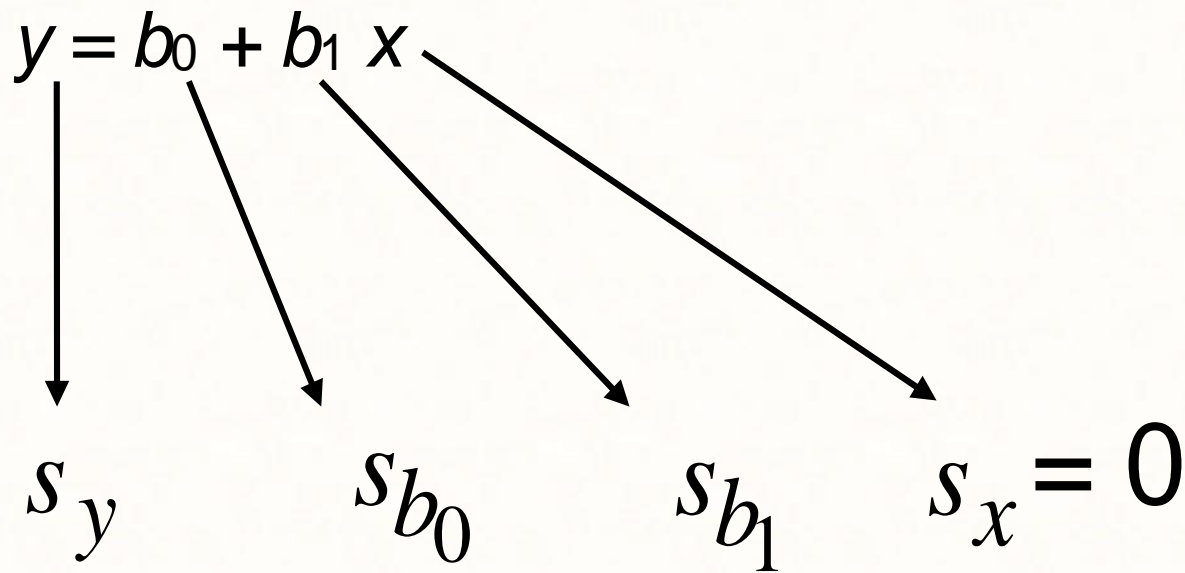
$$\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i) = 0$$

## Comparaison avec la moyenne



$$s_y^2 = \sum_i^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0$$





L'écart type d'une valeur de  $y_i$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2}{N - 2}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - 2}}$$

**La solution :**

$$b_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{d}$$

$$b_1 = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{d}$$

$$d = N \sum x^2 - (\sum x)^2 = NS_{xx}$$

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{d}{N}$$

**L'écart type de  $b_1$**

$$s_{b_1} = \sqrt{\frac{N}{d}} s_y \quad (30)$$

**L'écart type de  $b_0$**

$$s_{b_0} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{d}} s_y$$

# Test $t$ d'importance statistique des paramètres de la régression

$$\hat{y} = b_0 + b_1x$$

$$t_{\text{exp}} = \frac{b_i}{s_{b_i}} \quad \text{compare avec } t(\alpha, N - 2), \text{ e.g. } t(0.05, N - 2)$$

Si  $t_{\text{exp}} < t(\alpha, N - 2)$  le paramètre n'est pas statistiquement important

$$\hat{y} = b_1x$$

$$t_{\text{exp}} = \frac{b_1}{s_{b_1}} \quad \text{compare avec } t(\alpha, N - 1)$$

# Coefficient de corrélation et de détermination

## Coefficient de corrélation

$$R = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$$

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{d}{N} \quad S_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$-1 \leq R \leq 1$$

$$|R| > 0.95 \text{ bonne}$$

$$|R| > 0.99 \text{ très bonne}$$

## Coefficient de détermination

100%  $R^2$  - combien % de la variation totale de  $y$  vs.  $x$  peut être expliquée par l'équation  $y = b_0 + b_1x$ .

# Exemple

Les mesures de  $y$  en fonction de  $x$  on données les résultats suivants :

| $x$ | $y$  |
|-----|------|
| -5  | -7.4 |
| -3  | -4.3 |
| -1  | -0.4 |
| 1   | 3.3  |
| 3   | 6.7  |
| 5   | 10.2 |
| 7   | 12.4 |
| 9   | 16.4 |

Calculez l'équation de la régression linéaire.

En utilisant la Régression linéaire dans l'Excel

$$y = b_0 + b_1x$$

$$b_0 = 1.22, \quad s_{b_0} = 0.18, \quad \text{limite de confiance pour } \alpha = 95\% : 0.79 \leq b_0 \leq 1.65$$

$$b_1 = 1.698, \quad s_{b_1} = 0.035, \quad \text{limite de confiance pour } \alpha = 95\% : 1.612 \leq b_1 \leq 1.784$$

$$R^2 = 0.9974$$

*Statistiques de la régression*

|   |          |
|---|----------|
| Coefficient de détermination multiple       | 0.998714 |
| Coefficient de détermination R <sup>2</sup> | 0.997430 |
| Coefficient de détermination R <sup>2</sup> | 0.997002 |
| Erreur-type                                 | 0.456109 |
| Observations                                | 8        |

R<sup>2</sup>

ANALYSE DE VARIANCE

|            | Degré de liberté | Somme des carrés | Moyenne des carrés | F      | Valeur critique de F |
|------------|------------------|------------------|--------------------|--------|----------------------|
| Régression | 1                | 484.5005         | 484.5005           | 2328.9 | 5.3076E-09           |
| Résidus    | 6                | 1.248214         | 0.2080357          |        |                      |
| Total      | 7                | 485.7487         |                    |        |                      |

|              | Coefficients | Erreur-type | Statistique t | Probabilité | Limite inférieure pour seuil de confiance = 95% | Limite supérieure pour seuil de confiance = 95% | Limite inférieure pour seuil de confiance = 95.0% | Limite supérieure pour seuil de confiance = 95.0% |
|--------------|--------------|-------------|---------------|-------------|---|---|---|---|
| Constante    | 1.21607      | 0.175947    | 6.9115391     | 0.0004537   | 0.78554189                                      | 1.64660097                                      | 0.78554189  | 1.64660097  |
| Variable X 1 | 1.69821      | 0.035189    | 48.258984     | 5.3076E-09  | 1.61210838                                      | 1.78432019                                      | 1.61210838  | 1.78432019  |

# La méthode de moindres carrés pour $y = ax$

$$y_i = b_1 x_i + \varepsilon_i$$

$$b_1 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

$$s_y^2 = \frac{\sum y_i^2 - b_1^2 \sum x_i^2}{N - 1}$$

$$s_{b_1} = \frac{s_y}{\sqrt{\sum x_i^2}}$$

## Exemple

On mesure le sodium par l'émission atomique. Pour les concentrations  $c = x$  en ppm nous obtenons les signaux donnés par  $y$  (voir le tableau ci-dessus) :

| $x$ | $y$  |
|-----|------|
| 0.2 | 0.62 |
| 0.4 | 1.17 |
| 0.6 | 1.79 |
| 0.8 | 2.43 |
| 1   | 3.1  |
| 1.2 | 3.58 |

Calculez la ligne de régression qui passe par l'origine.

Réponse :  $y = b_1 x$

$b_1 = 3.024$ ,  $s_{b_1} = 0.024$ , intervalles de confiance (95%) :  $2.961 \leq b_1 \leq 3.086$

$R^2 = 0.998346$



| SUMMARY OUTPUT               |                     |                       |                |                |                       |                  |
|------------------------------|---------------------|-----------------------|----------------|----------------|-----------------------|------------------|
| <i>Regression Statistics</i> |                     |                       |                |                |                       |                  |
| Multiple R                   | 0.999173            |                       |                |                |                       |                  |
| R Square                     | <b>0.998346</b>     |                       | R <sup>2</sup> |                |                       |                  |
| Adjusted R Square            | 0.798346            |                       |                |                |                       |                  |
| Standard Error               | 0.046191            |                       |                |                |                       |                  |
| Observations                 | 6                   |                       |                |                |                       |                  |
| <i>ANOVA</i>                 |                     |                       |                |                |                       |                  |
|                              | <i>df</i>           | <i>SS</i>             | <i>MS</i>      | <i>F</i>       | <i>Significance F</i> |                  |
| Regression                   | 1                   | 6.438682              | 6.43868        | 3017.718       | 6.57E-07              |                  |
| Residual                     | 5                   | 0.010668              | 0.002134       |                |                       |                  |
| Total                        | 6                   | 6.44935               |                |                |                       |                  |
|                              | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i>  | <i>P-value</i> | <i>Lower 95%</i>      | <i>Upper 95%</i> |
| Intercept                    | 0                   | #N/A                  | #N/A           | #N/A           | #N/A                  | #N/A             |
| X Variable 1                 | <b>3.024</b>        | <b>0.024</b>          | 124.8877       | 6.24E-10       | 2.961391              | 3.085862         |

# Erreur de $x_c$ de la ligne de régression

$$y_c = \bar{y} + b_1(x_c - \bar{x})$$

$$x_c = \bar{x} + \frac{y_c - \bar{y}}{b_1}$$

$$s_{x_c} = \frac{s_y}{b_1} \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(y_c - \bar{y})^2}{b_1^2 S_{xx}}}$$

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{d}{N}$$

Quand la valeur  $y_c$  est mesurée  $m$  fois on obtient:

$$s_{x_c} = \frac{s_y}{b_1} \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{N} + \frac{(y_c - \bar{y})^2}{b_1^2 S_{xx}}}$$

